Nature des variables et description mono-variable

M8 – Chapitre 1

I. Nature et description des variables

- **Quantitative** : Modalités comparables entre elles
  - **Discrète / continue** : modalités dénombrable / indénombrables
- **Qualitative**
  - **Binaire / Multimodale :** deux modalités / plus de 2.
  - **Ordinale (ou non) :** existence d'un ordre

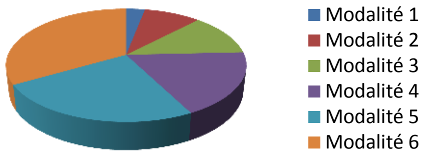
- **Population :** Ensemble d'évènements possibles
- **Echantillon :** Sous-ensemble de la population
- **Domaine :** Ensemble des valeurs que peut prendre la variable

Définition	Formule	Qualitative binaire	Qualitative multimodale	Qualitative ordinale	Quantitative discrète	Quantitative continue
Modalités : Ensemble des valeurs distinctes que peut prendre la variable	m_i	X	X	X	X	X
Effectif n_i : Nombre d'apparitions d'une modalité	n_i	X	X	X	X	X
Effectif cumulé N_i	$N_i = \sum_{j, m_j \leq m_i} n_j$				X	X
Fréquence $\hat{f}_i$	$\hat{f}_i = \frac{n_i}{n}$	X	X	X	X	X
Probabilité	$\mathbb{P}(x = m_i) = \lim_{n \to +\infty} \hat{f}_i$	X	X	X	X	X
Fréquence cumulée $\hat{F}_i$	$\hat{F}_i = \sum_{j, m_j \leq m_i} \hat{f}_j$				X	X
Fonction de répartition empirique $\widehat{F_X}$ (cas discret)	$\widehat{F_X}(x_i) = \hat{\mathbb{P}}(X \leq m_i) = \hat{F}_i$				X	
Fonction de répartition empirique $\widehat{F_X}$ (cas continu)	$\widehat{F_X}(x) = \widehat{F_i^c} + (\widehat{F_i^c} - \widehat{F_{i-1}^c}) \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}$ $\widehat{F_i^c} = \hat{F}_i - \frac{1}{2}(\hat{F}_i - \hat{F}_{i-1})$					X
Fonction de répartition F_X	$F_X(m_i) = \mathbb{P}(X \leq m_i) = \lim_{n \to +\infty} \hat{F}_i$				X	X
Moyenne $\bar{x}$	$\min_{\bar{x} \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$ *Moyenne empirique :* $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} \hat{f}_i x_i$ *Espérance :* $\mathbb{E}(X) = \lim_{n \to \infty} \bar{x}$		x	x	X	X
Médiane M	$\min_{M \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^{n} \lvert x_i - M \rvert$ $\hat{F}_X(M) = \frac{1}{2}$ $\mathbb{P}(X \leq M) = \frac{1}{2}$	x			X	X
Mode	$\operatorname{argmax}_{i \in [\![1;n]\!]} f_i$ $\operatorname{argmax}_{x \in \Omega} \mathbb{P}(x)$	x			X	
Variance S	$\hat{S}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=n}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$ $\hat{s} = \sqrt{\hat{S}^2}$ Ecart type $S^2 = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}^2(X))$		x	x	X	X
Usage de la variance	$\mathbb{P}(\lvert X - \bar{x} \rvert \geq k\sigma) \geq \sigma$ *Pire des cas : Tchebychev* $\mathbb{P}(\lvert X - \bar{x} \rvert \geq \varepsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$ $k = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ *Cas Gaussien :* $\mathbb{P}(\lvert X - \bar{x} \rvert \geq u_{\alpha/2}\sigma) \leq \alpha$		x	x	X	X
Fractile et quartile	$\widehat{F_X}(\hat{\phi}_p) = p$ $\widehat{Q_1} = \hat{\phi}_{\frac{1}{4}}$ $\widehat{Q_3} = \hat{\phi}_{\frac{3}{4}}$ $DIQ = \widehat{Q_3} - \widehat{Q_1}$ $MAD = mediane(\lvert x_i - \widehat{M} \rvert)$				X	X
Moment et moment centré	$\widehat{m}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^k$ $\widehat{mc}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^k$ $\bar{x} = \widehat{m}_1$ Moyenne; $\hat{S}^2 = \widehat{mc}_2$ Variance; $\frac{\widehat{mc}_3}{\hat{S}^3}$ Dissymétrie; $\frac{\widehat{mc}_4}{\hat{S}^4}$ Aplatissement		x	x	X	X

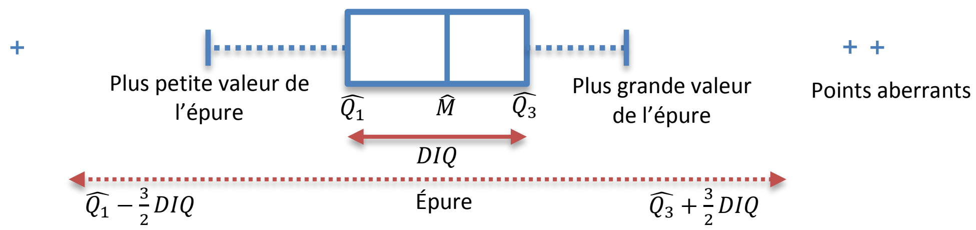
X : peut être utilisé / x : peut être utilisé mais pas toujours très approprié

II. Représentation des variables

1. Camemberts (variables qualitatives)

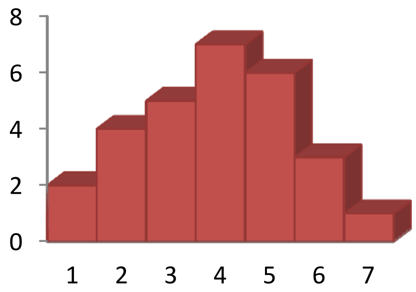


2. Boites à moustache (variables quantitatives)



3. Histogramme

Discrétisation d'une variable continue



On doit choisir p bornes b_i. On associe ensuite une hauteur à chaque intervalle $[b_i; b_{i+1}[$.

Choix du nombre p d'intervalles pour n observations :

$$p \geq 1 + \log n$$
règle de Sturges

$$p = \frac{3{,}5\hat{\sigma}}{\sqrt[3]{n}}$$
règle de Scott

$$p = \frac{2\,DIQ}{\sqrt[3]{n}}$$
règle de Freedman Diaconis

Choix des b_i : équirépartition des individus ou des intervalles.